מכון ויצמן למדע
WEIZMANN INSTITUTE OF SCIENCE

מכון דוידסון לחינוך מדעי
DAVIDSON INSTITUTE OF SCIENCE EDUCATION

الأولمبياد المصغر الصف السابع
2010- المرحلة "أ"

يجب إعادة الإجابات حتى موعد أقصاه 31/12/10 الى العنوان:

אולימפיאדה לנוער
מכון דוידסון – שוה"ם
מכון ויצמן למדע
רחובות 76100

الرجاء كتابة التفاصيل التالية باللغة العبرية:

رقم الهوية – إلزامي (ת.ז. – חובה) ________________ الجنس: بنت/ولد (מיגדר: בת / בן)

إسم العائلة (שם משפחה)________________ الإسم الشخصي (שם פרטי)________________

العنوان (כתובת) ________________ البلدة (ישוב) ________________ الرمز البريدي (מיקוד)__________

رقم الهاتف (טלפון)________________ المحمول (נייד)________________

الصف (כתה) ________________ المدرسة (בי"ס) ________________

البلدة التي تقع فيها المدرسة (ישוב ביה"ס) ________________

البريد الإلكتروني (דואר אלקטרוני)________________________________

الرجاء كتابة الحلول بخط واضح. (يجب إرفاق هذه الصفحة مع الحلول
الرجاء عدم إرسال الحلول بواسطة الفاكس.

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :טלפון ;76100 רחובות
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english

الأولمبياد المصغر الصف السابع
2010- المرحلة "أ"

للطلاب الذين يرسلون الإجابات بواسطة الشبكة العنكبوتيّة (الإنترنيت): عند إرسال الإجابات عليكم كتابة الإجابات داخل الإستمارة والتعليل (الشرح) في نهاية الإستمارة.
للطلاب الذين يرسلون الحلول بواسطة البريد العادي: عند إرسال الإجابات عليكم كتابة الإجابات شاملين التعليل في صفحات منفردة.

الأسئله ذات مستويات مختلفة ولا نتوقع أن تستطيعوا حلها جميعاً. الأسئله الأكثر صعوبة معدّة لتشكل تحدي. إذا واجهتم صعوبه في حل أحد الأسئله، حلوا الأقسام التي بإستطاعتكم حلّها وانتقلوا إلى السؤال التالي.
حلول الأسئلة سترسل لكل من يحل القليل منها وكذلك سنقوم بنشرها على موقعنا في الشبكة العنكبوتيّة (الإنترنيت).

1. عمرو، همّام، طوني وعزّام يقفون بشكلٍ دائري. الولد الذي يرتدي القميص الأخضر (ليس عمرو ولا همّام) يقف بين الولد الذي يرتدي القميص الأزرق وبين عزّام. الولد الذي يرتدي القميص الأبيض يقف بين الولد الذي يرتدي القميص الأحمر وبين عمرو. ما هو لون قميص كل واحد من الأولاد؟

2. ما هو عدد الأعداد ثلاثيّة الخانات والتي فيها منزلة المئات أصغر من منزلة العشرات؟

3. في تمرين الضرب التالي بدّلوا النجمات بخانات: (عند كتابة عدد ماء الخانة الواقعة في أقصى اليسار لا تساوي 0).

$$\begin{array}{r} 1\,*\\ \times\ *\,*\\ \hline *\,*\,*\\ +\ \ *\,*\ \ \\ \hline *\,*\,*\,1 \end{array}$$

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english

4. في أولمبياد الرياضيات اشترك 2010 طالب. الإستمارة احتوت على 8 أسئلة.
- عدد الطلاب الذين أجابوا على الأقل عن 7 أسئلة كان أكبر بـ 4 مرّات من عدد الطلاب الذين أجابوا عن 8 أسئلة.
- عدد الطلاب الذين أجابوا على الأقل عن 6 أسئلة كان أكبر بـ 4 مرّات من عدد الطلاب الذين أجابوا على الأقل عن 7 أسئلة.
- عدد الطلاب الذين أجابوا على الأقل عن 5 أسئلة كان أكبر بـ 4 مرّات من عدد الطلاب الذين الذين أجابوا على الأقل عن 6 أسئلة.
- عدد الطلاب الذين أجابوا على الأقل عن 4 أسئلة كان أكبر بـ 4 مرّات من عدد الطلاب الذين الذين أجابوا على الأقل عن 5 أسئلة.
- عدد الطلاب الذين أجابوا على الأقل عن 3 أسئلة كان أكبر بـ 4 مرّات من عدد الطلاب الذين الذين أجابوا على الأقل عن 4 أسئلة.

ما هو عدد الطلاب الذين أجابوا عن سؤالين أو أقل، إذا علمت أنّ طالباً واحداً على الأقل أجاب عن 3 أسئلة؟

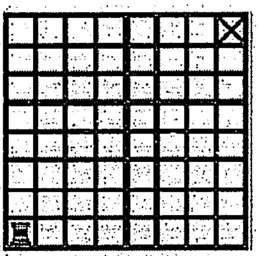
5. تشير الساعة إلى السادسة والنصف. إحسب الزاوية بين عقارب الساعة.

6. في مسابقة للشطرنج اشترك 30 متسابقاً. كل متسابقين يلعبان مرّة واحدة بترتيبٍ معيّن. برهنوا أنّه في كل لحظة هنالك لاعبان قد لعبا نفس عدد الألعاب.

7. (أ) جدوا باقي قسمة المجموع $1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+2010^2$ على 2.
(ب) جدوا باقي قسمة المجموع $1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+2010^2$ على 3.
(ج) جدوا باقي قسمة المجموع $1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+2010^2$ على 6.

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english

8. قلعة موجودة في الزاوية اليسرى في أسفل لوح الشطرنج. يلعب لاعبان اللعبة التالية: كل لاعب في دوره يحرّك القلعة عدداً من المربَّعات إلى اليمين أو إلى أعلى. لا يمكن لأيّ لاعب التخطي عن دوره وكذلك لا يمكن تحريك القلعة إلى اليمين وإلى أعلى في آنٍ واحد. الفائز في هذه اللعبة هو اللاعب الذي يحرّك القلعة إلى الزاوية اليمنى في أعلى لوح الشطرنج المُؤشَّرة بـ X. لأيُّ اللاعبين توجد استراتجيّة أفضل للفوز وما هي؟



بالنجاح!

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :טלפון ;76100 רחובות
Fax:+972 8 9344130

www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english

מכון ויצמן למדע
WEIZMANN INSTITUTE OF SCIENCE

מכון דוידסון לחינוך מדעי
DAVIDSON INSTITUTE OF SCIENCE EDUCATION

פתרונות זוטא כיתה ז'
תשע"א – שלב א'

1. אבי, בני, גדי ודני עומדים במעגל. הילד עם החולצה הירוקה (לא אבי ולא בני) עומד בין הילד עם החולצה הכחולה לבין דני. הילד עם החולצה הלבנה עומד בין הילד עם החולצה האדומה לבין אבי. מהו צבע החולצה של כל אחד מהבנים?

<u>פתרון:</u> אבי לובש חולצה כחולה.
בני לובש חולצה לבנה.
גדי לובש חולצה ירוקה.
דני לובש חולצה אדומה.

2. לכמה מספרים תלת-ספרתיים ספרת המאות קטנה מספרת העשרות?

<u>פתרון:</u> 360 מספרים.
נחלק את המספרים הרלוונטיים לפי ספרת המאות שלהם.
אם ספרת המאות היא 1, אנו סופרים את כל המספרים בין 120 לבין 199. מקבלים 80 מספרים.
אם ספרת המאות היא 2, אנו סופרים את כל המספרים בין 230 לבין 299. מקבלים 70 מספרים.
ממשיכים כך הלאה עד שמגיעים לספרת המאות 9. ומקבלים 0 מספרים רלוונטיים.
סוכמים את כל המספרים 0+10+...+70+80 ומקבלים 360.

3. בתרגיל הכפל הבא החליפו את הכוכביות בספרות: (ברישום של מספר, הספרה השמאלית ביותר אינה 0)

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :רחובות 76100; טלפון: 9343943, 9343821, 08-9346430; פקס
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

$$
\begin{array}{r}
1\,*\\
\times\;\; *\,*\\
\hline
\,\,*\\
+\;\; *\,*\;\;\\
\hline
\,\,*\,1
\end{array}
$$

<u>פתרון:</u> $19*59=1121$.

4. באולימפיאדה למתמטיקה השתתפו 2010 תלמידים. השאלון הכיל 8 שאלות.
- מספר התלמידים שפתרו לפחות 7 שאלות גדול פי 4 ממספר התלמידים שפתרו את כל 8 השאלות.
- מספר התלמידים שפתרו לפחות 6 שאלות גדול פי 4 ממספר התלמידים שפתרו לפחות 7 השאלות.
- מספר התלמידים שפתרו לפחות 5 שאלות גדול פי 4 ממספר התלמידים שפתרו לפחות 6 השאלות.
- מספר התלמידים שפתרו לפחות 4 שאלות גדול פי 4 ממספר התלמידים שפתרו לפחות 5 השאלות.
- מספר התלמידים שפתרו לפחות 3 שאלות גדול פי 4 ממספר התלמידים שפתרו לפחות 4 השאלות.

כמה תלמידים פתרו שתי שאלות או פחות, אם ידוע שלפחות תלמיד אחד פתר 3 שאלות?

<u>פתרון:</u> 986 תלמידים.

נסמן ב X_i את מספר התלמידים שפתרו בדיוק i שאלות. מהנתון מקבלים את המשוואות הבאות.

$$X_7 + X_8 = 4X_8$$
$$X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_7 + X_8)$$
$$X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_6 + X_7 + X_8)$$
$$X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_5 + X_6 + X_7 + X_8)$$
$$X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8)$$

מבטאים כל משוואה בעזרת המשוואה הקודמת ומקבלים:

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

$X_7 + X_8 = 4X_8$
$X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_7 + X_8) = 16X_8$
$X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_6 + X_7 + X_8) = 64X_8$
$X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_5 + X_6 + X_7 + X_8) = 256X_8$
$X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 4(X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) = 1024X_8$

המשוואה האחרונה נותנת לנו את מספר התלמידים שפתרו לפחות 3 שאלות:

$$X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 1024X_8$$

לא ייתכן כי $X_8>1$, כי סך כל התלמידים הוא 2010 (ואילו X_8 היה שתיים או יותר, היינו מקבלים שסכום כל ה-X_i גדול מ-2010).

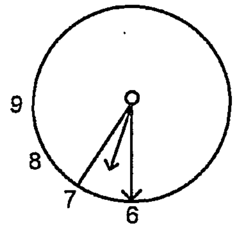
כמו כן נשים לב כי אילו X_8 היה אפס, אז גם X_3 היה אפס, זאת בסתירה לנתון כי לפחות תלמיד אחד פתר 3 שאלות. לכן $X_8=1$.

לכן מספר התלמידים שפתרו שתי שאלות או פחות הוא 2010-1024=986.

5. השעון מראה שש וחצי. חישבו את הזווית בין המחוגים.

<u>פתרון:</u> 15 מעלות.

נשתמש בבניית עזר ע"י העברת קטע ממרכז השעון לשעה 7.



הזווית בין מחוג הדקות (בשעה 6) לשעה 7 היא בדיוק 360/12=30 מעלות.
בשעה שש וחצי מחוג השעות חוצה את הזווית בין השעה 6 לשעה 7. לכן הזווית בין המחוגים היא 30/2=15 מעלות.

6. בתחרות שחמט משתתפים 30 שחמטאים. כל שני שחקנים משחקים ביניהם פעם אחת בסדר כלשהו. הוכיחו כי בכל רגע ישנם שני שחקנים ששיחקו את אותו מספר המשחקים.

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

פתרון: נניח בשלילה שברגע מסוים כל שני שחקנים שיחקו מספר שונה של משחקים עד כה. אזי שחמטאי אחד שיחק אפס משחקים, שחמטאי אחר שיחק משחק אחד, שחמטאי שלישי שיחק שני משחקים, וכן הלאה עד שחמטאי אחד ששיחק 29 משחקים.
אבל אם שחמטאי מסוים שיחק 29 משחקים, אז הוא שיחק נגד כל יריבתיו ובפרט לא יכול להיות שיש שחקן שלא שיחק אף משחק.
(פתרון נוסף: אם נחבר את מספר המשחקים שכל שחקן שיחק, נקבל פעמיים ומספר המשחקים ששוחקו עד כה, ובפרט המספר יהיה זוגי. זאת סתירה כי המספר $0+1+2+\ldots+29$ הוא אי זוגי. נדגיש כי הפתרון הנוסף אינו תקף אם מספר השחקנים הוא למשל 28)

7. (א) מצאו את שארית החילוק של הסכום $1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+2010^2$ ב-2.
(ב) מצאו את שארית החילוק של הסכום $1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+2010^2$ ב-3.
(ג) מצאו את שארית החילוק של הסכום $1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots+2010^2$ ב-6.

פתרון:
(א) 1.
נשים לב כי ריבוע של מספר זוגי הוא מספר זוגי וריבוע של מספר אי זוגי הוא אי זוגי.
כיוון שמספר זוגי בסכום אינו תורם לשארית החלוקה, השארית תלויה רק במספרים האי זוגיים.
ישנם 1005 מספרים אי זוגיים בין 1 ל-2010 ולכן השארית היא 1.

(ב) 2.
נחלק את הסכום לפי שלשות. נקבל $2010/3=670$ סכומים.

$$(1^2+2^2+3^2)+(4^2+5^2+6^2)+(7^2+8^2+9^2)+\ldots+(2008^2+\ldots+2010^2)$$

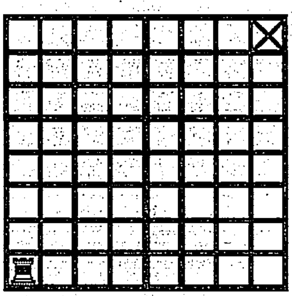
נשים לב כי בכל שלשה שארית החלוקה ב-3 היא 2.
לכן שארית החלוקה של כל הסכום שווה לשארית החלוקה של $670*2=1340$ ב-3.

(ג) 5.
אם שארית החלוקה של מספר כלשהו ב-3 היא 2, אזי שארית החלוקה שלו ב-6 יכולה להיות או 2 או 5.
אם בנוסף נתון כי שארית החלוקה של המספר ב-2 היא 1, אז האפשרות היחידה שנותרת היא 5.

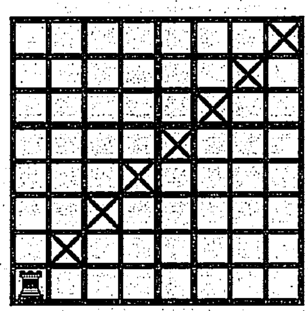
8. צריח עומד בפינה השמאלית התחתונה של לוח שח. שני שחקנים משחקים את המשחק הבא: כל שחקן בתורו מזיז את הצריח מספר משבצות ימינה או למעלה. אסור לדלג על התור ואסור להזיז

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :רחובות 76100; טלפון: 9343943, 9343821, 08-9346430; פקס
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

ימינה ומעלה בו-זמנית. המנצח הוא זה שמזיז את הצריח לפינה הימנית העליונה, המסומנת ב-X.
למי מהשחקנים יש אסטרטגיה מנצחת ומהי?



<u>פתרון:</u> לשחקן השני אסטרטגיה מנצחת הבאה: בתורו השחקן השני מזיז את הצריח לאלכסון המשני (המסומן ב-X בפתרון). נשים לב ש השחקן הראשון חייב להזיז את הצריח מחוץ לאלכסון ולכן השחקן השני יכול בתורו להחזיר את הצריח לאלכסון.



Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :רחובות 76100; טלפון: 9343943, 9343821, 08-9346430; פקס
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young