

الأولمبياد المصغر الصف الثامن
2010- المرحلة "أ"

يجب إعادة الإجابات حتى موعد أقصاه 31/12/10 الى
العنوان:

אולימפיאדה נוסא
מכון דוידסון - שנה"ט
מכון ויצמן למדע
רחובות 76100

الرجاء كتابة التفاصيل التالية باللغة العربية:

رقم الهوية - إلزامي (ت.ז. - חובה) _____ الجنس: بنت/ولد (מיגדר: בת / בן)

إسم العائلة (שם משפחה) _____ الإسم الشخصي (שם פרטי)

العنوان (כתובת) _____ البلدة (ישוב) _____ الرمز البريدي (מיקוד)

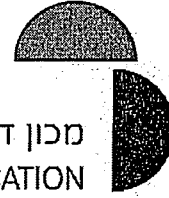
رقم الهاتف (טלפון) _____ المحمول (נייד)

الصف (כיתה) _____ المدرسة (בי"ס)

البلدة التي تقع فيها المدرسة (ישוב ביה"ס)

البريد الإلكتروني (דואר אלקטרוני)

الرجاء كتابة الحلول بخط واضح. (يجب إرفاق هذه الصفحة مع الحلول)
الرجاء عدم إرسال الحلول بواسطة الفاكس.

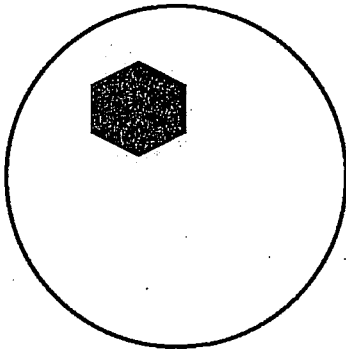


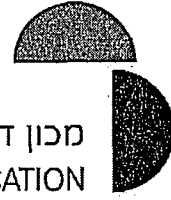
الأولمبياد المصغر الصف الثامن
2010- المرحلة "أ"

للطلاب الذين يرسلون الإجابات بواسطة الشبكة العنكبوتية (الإنترنت): عند إرسال الإجابات عليكم كتابة الإجابات داخل الإستمارة والتعليل (الشرح) في نهاية الإستمارة.
للطلاب الذين يرسلون الحلول بواسطة البريد العادي: عند إرسال الإجابات عليكم كتابة الإجابات شاملين التعليل في صفحات منفردة.

الأسئلة ذات مستويات مختلفة ولا نتوقع أن تستطيعوا حلها جميعاً. الأسئلة الأكثر صعوبة معدة لتشكّل تحدي. إذا واجهتم صعوبة في حل أحد الأسئلة، حلوا الأقسام التي بإستطاعتكم حلها وانتقلوا إلى السؤال التالي.
حلول الأسئلة سترسل لكل من يحل القليل منها وكذلك سنقوم بنشرها على موقعنا في الشبكة العنكبوتية (الإنترنت).

1. يجلس ثمانية أشخاص حول طاولة مستديرة يُصنفون إلى فئتين: النبلاء و المحتالون. النبلاء دائماً يقولون الصدق ولا يستطيعون الكذب، أما المحتالون فدائماً يكذبون ولا يستطيعون قول الحقيقة. تقدّم إليهم شخص مختص في علم المنطق وسألهم: "إذا استنتيتك من العدد، هل عدد النبلاء الذين يجلسون حول الطاولة أكبر أم عدد المحتالون الذين؟". وقد وجّه هذا السؤال إلى 5 أشخاص يجلسون حول الطاولة المستديرة وكلهم أجابوا: "محتالون". كم شخصاً نبيلاً يجلس حول الطاولة؟
2. رتبوا الخانات 1,1,2,2,3,3,4,4 في سطر بحيث أنّ الخانتين 1 تفصلهما خانة واحدة فقط، الخانتين 2 تفصلهما خانتين، الخانتين 3 تفصلهما ثلاث خانات والخانتين 4 تفصلهما أربع خانات.
3. حاصل جمع خانات الترقيم لأصفحات قاموس هو 2010. ما هو عدد صفحات القاموس؟
4. بواسطة مقطع واحد عليكم قطع الكعكة المستديرة وقطعة الشكولاتة ذات الشكل المسدّس المنتظم بحيث أنّ الكعكة وقطعة الشكولاتة تُقسم كلّ منهما إلى جزئين مساحتهما متساوية.





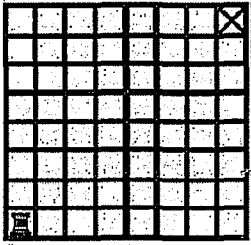
5. جدول 8x8 يحتوي على الأعداد الصحيحة من 1 حتى 64 دون اتباع ترتيب معين. برهنوا أنه يوجد عدنان متجاورين الفرق بينهما على الأقل 5. (يمكن اعتبار عددين متجاورين في حالة وجود ضلع مشترك بينهما).

6. (أ) جدوا باقي قسمة المجموع $1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+2010^2$ على 3.

(ب) جدوا باقي قسمة المجموع $1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+2010^2$ على 5.

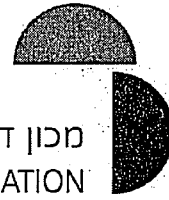
(ج) جدوا باقي قسمة المجموع $1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+2010^2$ على 15.

7. قلعة موجودة في الزاوية اليسرى في أسفل لوح الشطرنج. يلعب لاعبان اللعبة التالية: كل لاعب في دوره يحرك القلعة عدداً من المربعات إلى اليمين أو إلى أعلى. لا يمكن لأي لاعب التخطي عن دوره وكذلك لا يمكن تحريك القلعة إلى اليمين وإلى أعلى في آن واحد. الفائز في هذه اللعبة هو اللاعب الذي يحرك القلعة إلى الزاوية اليمنى في أعلى لوح الشطرنج المؤشّرة بـ X. لأي اللاعبين توجد استراتيجية أفضل للفوز وما هي؟



8. رتبوا 6 نقاط على سطح مستوي وصلوا أزواجاً من النقاط بخطوط لا تتقاطع بحيث أن كل نقطة تكون متصلة بأربع نقاط أخرى.

بالنجاح!



פתרונות זוטא כיתה ה'

תשע"א – שלב א'

1. סביב שולחן עגול יושבים 8 אנשים משני סוגים: האבירים והנוכלים. האבירים תמיד אומרים אמת ואינם מסוגלים לשקר; הנוכלים אומרים תמיד שקר ואינם מסוגלים לומר אמת. לוגיקן ניגש לאנשים ושאל אותם: "אם לא סופרים אותך, האם סביב השולחן יושבים יותר אבירים או נוכלים?". הלוגיקן שאל 5 אנשים וכולם ענו: "נוכלים". כמה אבירים יושבים סביב השולחן?

פתרון: 4 אבירים.

אילו סביב השולחן היו יושבים לפחות חמישה אבירים, אזי הלוגיקן היה שואל את אחד מהם את השאלה: "מקבל תשובה 'אבירים'". סתירה. ואילו סביב השולחן היו יושבים לפחות חמישה נוכלים, אזי הלוגיקן היה שואל את אחד הנוכלים ומקבל תשובה "אבירים". סתירה.

2. סדרו את הספרות 1,1,2,2,3,3,4,4 בשורה, כך שבין הספרות 1 תעמוד בדיוק ספרה אחת, בין הספרות 2 יעמדו בדיוק שתי ספרות, בין הספרות 3 יעמדו בדיוק שלוש ספרות ובין הספרות 4 יעמדו בדיוק ארבע ספרות.

פתרון: 41312432, 23421314.

3. סך כל הספרות במספור עמודי המילון הוא 2010. כמה עמודים במילון?

פתרון: 706.

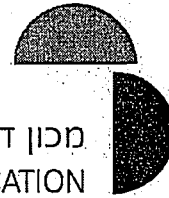
בעמודים 1-9 מספר הספרות הוא 9.

בעמודים 10-99 מספר הספרות הוא $2 \cdot 90 = 180$.

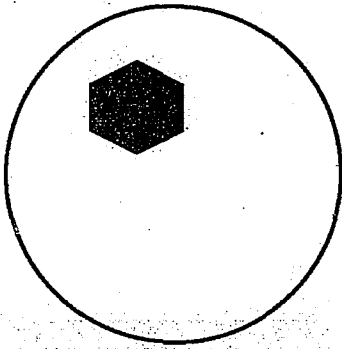
לכן סה"כ עד עמוד 99 מספר הספרות הוא 189.

נותר לחשב כמה עמודים עם מספר תלת ספרתי דרושים כדי להגיע לעוד 1821 ספרות. המספר הזה

הוא $607 = 1821/3$. לכן מספר העמודים במילון הוא $607 + 99 = 706$.



4. בעזרת חיתוך אחד יש לחתוך עוגה עגולה עם חתיכת שוקולד בצורת משושה משוכלל כך שגם העוגה וגם השוקולד יחולקו לשני שטחים שווים.



פתרון: מעבירים ישר העובר דרך מרכז העוגה וכן דרך מרכז המשושה.
נשים לב כי כל חיתוך דרך מרכז המשושה מחלק אותו לשני חלקים זהים ולכן גם שווי שטח.

5. בטבלה 8×8 רשומים המספרים השלמים מ-1 עד 64 בלי חזרות בסדר כלשהו. הוכיחו שיש שני מספרים שכנים שההפרש ביניהם הוא לפחות 5. (שני מספרים הם שכנים אם יש להם צלע משותפת)

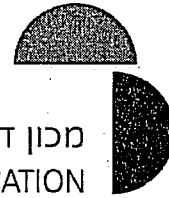
פתרון: נתמקד במסלול בין המשבצת מספר 1 למשבצת 64 שהולך קודם במאוזן ואז במאונך (אם 1 ו-64 נמצאים באותה שורה, אז נלך רק במאונך ואם הם נמצאים באותה עמודה אז נלך רק במאוזן). נשים לב שמספר המשבצות בין 1 ל-64 הוא לכל היותר 13. לכן אילו בין כל שני מספרים שכנים ההפרש היה 4 או פחות, היינו מקבלים שבמשבצת הסמוכה ל-1 המספר הוא לכל היותר 5, במשבצת הבאה המספר הוא לכל היותר 9 וכו'. לכן במשבצת הנמצאת במרחק 14 מהמשבצת מספר 1, המספר שכתוב הוא לכל היותר $1+14 \cdot 4 = 57$. סתירה.

6. (א) מצאו את שארית החילוק של הסכום $1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+2010^2$ ב-3.
(ב) מצאו את שארית החילוק של הסכום $1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+2010^2$ ב-5.
(ג) מצאו את שארית החילוק של הסכום $1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+2010^2$ ב-15.

פתרון:

2. (א)

נחלק את הסכום לפי שלשות. נקבל $670 = 2010/3$ סכומים.



$$(1^2+2^2+3^2)+(4^2+5^2+6^2) + (7^2+8^2+9^2) + \dots + (2008^2+\dots+2010^2)$$

נשים לב כי בכל שלשה שארית החלוקה ב-3 היא 2.

לכן שארית החלוקה של כל הסכום שווה לשארית החלוקה של $1340=2*670$ ב-3.

(ב) 0.

נחלק את הסכום לפי חמישיות. נקבל $402=2010/5$ סכומים.

$$(א) (1^2+2^2+3^2+4^2+5^2) + (6^2+7^2+8^2+\dots+10^2) + \dots + (2006^2+\dots+2010^2)$$

נשים לב כי בכל שישיה שארית החלוקה ב-5 היא 0.

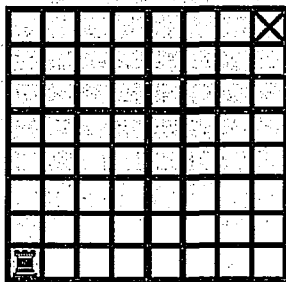
לכן שארית החלוקה של כל הסכום שווה לאפס.

(ג) 5.

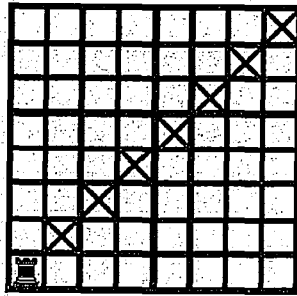
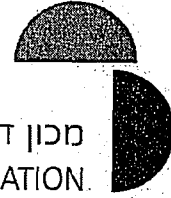
אם שארית החלוקה של מספר כלשהו ב-5 היא 0, אזי שארית החלוקה שלו ב-15 יכולה להיות אחת משלוש האפשרויות הבאות: 0, 5, 10.

אם בנוסף נתון כי שארית החלוקה של המספר ב-3 היא 2, אז האפשרות היחידה שנותרת היא 5.

7. צריח עומד בפינה השמאלית התחתונה של לוח שח. שני שחקנים משחקים את המשחק הבא: כל שחקן בתורו מזיז את הצריח מכפר משבצות ימינה או למעלה. אסור לדלג על התור ואסור להזיז ימינה ומעלה בו-זמנית. המבצע הוא זה שמזיז את הצריח לפינה הימנית העליונה, המסומנת ב-X. למי מהשחקנים יש אסטרטגיה מנצחת ומהי?



פתרון: לשחקן השני אסטרטגיה מנצחת הבאה: בתורו השחקן השני מזיז את הצריח לאלכסון המשני (המסומן ב-X בפתרון). נשים לב ש השחקן הראשון חייב להזיז את הצריח מחוץ לאלכסון ולכן השחקן השני יכול בתורו להחזיר את הצריח לאלכסון.



8. סדרו במישור 6 נקודות וחברו זוגות של נקודות על ידי קטעים לא נחתכים כך שכל נקודה תהיה מחוברת לארבע נקודות אחרות.

פתרון:

