מכון ויצמן למדע
WEIZMANN INSTITUTE OF SCIENCE

מכון דוידסון לחינוך מדעי
DAVIDSON INSTITUTE OF SCIENCE EDUCATION

الأولمبياد المصغر الصف التاسع
2010- المرحلة "أ"

يجب إعادة الإجابات حتى موعد أقصاه 31/12/10 الى العنوان:

אולימפיאדה קטנה
מכון דוידסון - שוה"מ
מכון ויצמן למדע
רחובות 76100

الرجاء كتابة التفاصيل التالية باللغة العبرية:

رقم الهوية – إلزامي (ת.ז. – חובה) ______________ الجنس :بنت/ولد (מיגדר: בת / בן)

إسم العائلة (שם משפחה)______________ الإسم الشخصي (שם פרטי)______________

العنوان (כתובת) ______________ البلدة (ישוב)__________ الرمز البريدي (מיקוד)__________

رقم الهاتف (טלפון)______________ المحمول (נייד)______________

الصف (כתה) ______________ المدرسة (בי"ס) ______________

البلدة التي تقع فيها المدرسة (ישוב ביה"ס) ______________

البريد الإلكتروني (דואר אלקטרוני)______________

الرجاء كتابة الحلول بخط واضح. (يجب إرفاق هذه الصفحة مع الحلول)
الرجاء عدم إرسال الحلول بواسطة الفاكس.

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס; 08-9346430 ,9343821 ,9343943 :טלפון ;76100 רחובות
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english

الأولمبياد المصغر الصف التاسع
2010- المرحلة "أ"

للطلاب الذين يرسلون الإجابات بواسطة الشبكة العنكبوتيّة (الإنترنيت): عند إرسال الإجابات عليكم كتابة الإجابات داخل الإستمارة والتعليل (الشرح) في نهاية الإستمارة.

للطلاب الذين يرسلون الحلول بواسطة البريد العادي: عند إرسال الإجابات عليكم كتابة الإجابات شاملين التعليل في صفحات منفردة.

الأسئله ذات مستويات مختلفة ولا نتوقع أن تستطيعوا حلها جميعاً. الأسئله الأكثر صعوبة معدّة لتشكل تحدي. إذا واجهتم صعوبه في حل أحد الأسئله، حلوا الأقسام التي بإستطاعتكم حلّها وانتقلوا إلى السؤال التالي.
حلول الأسئلة سترسل لكل من يحل القليل منها وكذلك سنقوم بنشرها على موقعنا في الشبكة العنكبوتيّة (الإنترنيت).

1. وصل شخصٌ مختصٌ في علم المنطق إلى جزيرةٍ يسكنها 88 شخصاً يُصنَّفون إلى فئتين: النبلاء والمحتالون. النبلاء دائماً يقولون الصدق ولا يستطيعون الكذب، أما المحتالون فدائماً يكذبون ولا يستطيعون قول الحقيقة. تقدّم إليهم الشخص المختص في علم المنطق وسألهم: "إذا استثنيتك واستثنيت نفسي من العد، هل عدد النبلاء في الجزيرة أكبر أم عدد المحتالون أكبر؟". وقد وجه هذا السؤال إلى 45 شخصاً يجلسون وكلهم أجابوا:"محتالون". كم شخصاً نبيلاً يعيش على الجزيرة؟.

2. هل يمكن قطع كل مثلث قائم الزاوية إلى مثلثين متساويا الساقين؟

3. جدول 8x8 يحتوي على الأعداد الصحيحة من 1 حتى 64 دون اتباع ترتيب معيَّن. برهنوا أنّه يوجد عددان متجاورين الفرق بينهما على الأقل 5. (يمكن اعتبار عددين متجاورين في حالة وجود ضلع مشترك بينهما).

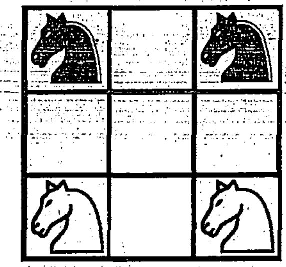
4. في تمرين الضرب التالي، كل الحروف والنجمات ترمز لخانات من 0 حتى 9. الخانات المختلفة تلائم أحرف مختلفة والعكس صحيح. جدوا الخانة الملائمة لكل حرف.
ملاحظة: عند كتابة عدد ما، الخانة الواقعة في أقصى اليسار لا تساوي 0.

```
      ج ر
  x
      ج ر
  ---------
 +  * * *
  * * *
  ---------
  ج ر ر ت
```

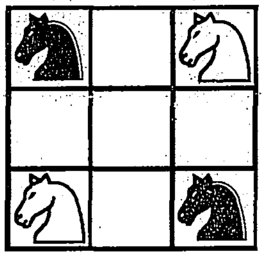

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english

5. على الشارع الذي يربط بلدة هوجوسميد ومدرسة السحر هوجورتس (أسماء من سلسلة قصص هاري بوتر) تتواجد أعمدة. المسافة بين كل عمودين متتاليين هي 1 كيلومتر. على كل عمود مسجّل المسافة حتى هوجوسميد من جهة، ومن الجهة الأخرى، المسافة حتى مدرسة السحر هوجوورتس. جدوا المسافة بين بلدة هوجوسميد ومدرسة السحر هوجورتس إذا كان معطى أنّ مجموع الخانات المسجّلة على كل عمود من الجهتين هو 12 بالضبط.

6. على لوحة 3x3 يوجد أربعة أحصنة تقف عند زوايا اللوحة.



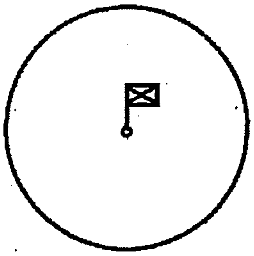
(أ) هل يمكن تبديل الحصانين الأبيضين بالأسودين؟
(ب) هل يمكن الوصول للترتيب التالي؟



(للتذكير فقط: حركة الحصان في لعبة الشطرنج تشبه الحرف "L" – مربعان في اتجاه واحد ومن ثم مربّع آخر بشكل عمودي.)

7. إلى حفلٍ وصل 100 شخص. معروف أنّ كل شخص يعرف 50 شخصاً من المدعووين الآخرين. هل من الضروري وجود أربعة مدعووين يجلسون حول طاولة مستديرة بحيث أنّ كل اثنين متجاورين يعرفون بعضهما البعض؟

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :טלפון ;76100 רחובות
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english



8. معطى طاولة مستديرة نصف قطرها 30 سنتمتر وعلم في مركز الدائرة.

ولدان، كل في دوره، يضعان قطعاً نقدية نصف قطرها 1 سنتمتر على الطاولة بحيث أنَّ القطع النقدية تكون موضوعة بشكلٍ كامل على الطاولة (ممنوع وضع قطعة نقدية فوق أخرى وكذلك ممنوع وضع قطعة نقدية في مركز الطاولة). اللاعب الذي لا يجد مكان لوضع قطعة نقدية إضافية يخسر اللعبة. أيُّ اللاعبين يمكنه ضمان الفوز وكيف؟

بالنجاح!

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young • www.weizmann.ac.il/young/english

פתרונות זוטא כיתה ט'

<u>תשע"א– שלב א'</u>

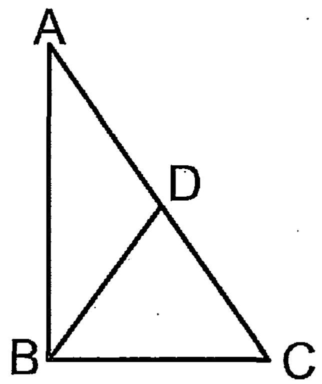
1. לוגיקן הגיע לאי בו גרים 88 אנשים משני סוגים: האבירים והנוכלים. האבירים תמיד אומרים אמת ואינם מסוגלים לשקר; הנוכלים אומרים תמיד שקר ואינם מסוגלים לומר אמת. לוגיקן ניגש לאנשים ושאול אותם: "אם לא סופרים אותך ואותי, האם על האי יש יותר אבירים או נוכלים?". הלוגיקן שאל 45 אנשים וכולם ענו: "נוכלים". כמה אבירים גרים על האי?

<u>פתרון:</u> 44 אבירים.

אילו באי היו לפחות 45 אבירים, אזי הלוגיקן היה שואל את אחד מהם את השאלה ומקבל תשובה "אבירים". סתירה.
ואילו באי היו לפחות 45 נוכלים, אזי הלוגיקן היה שואלת את אחד הנוכלים ומקבל תשובה "אבירים". סתירה.

2. האם אפשר לחתוך כל משולש ישר זווית לשני משולשים שווי שוקיים?

<u>פתרון:</u> כן. מעבירים BD תיכון ליתר ומקבלים שני משולשים. כיוון שאורך התיכון ליתר שווה למחצית היתר, מקבלים שהמשולש ABD הוא שווה שוקיים (BD=AD) וכן המשולש BDC הוא שווה שוקיים (CD=BD).



3. בטבלה 8x8 רשומים המספרים השלמים מ-1 עד 64 בלי חזרות בסדר כלשהו. הוכיחו שיש שני מספרים שכנים שההפרש ביניהם הוא לפחות 5. (שני מספרים הם שכנים אם יש להם צלע משותפת)

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

<u>פתרון:</u> נתמקד במסלול בין המשבצת מספר 1 למשבצת 64 שהולך קודם במאוזן ואז במאונך (אם 1 ו-64 נמצאים באותה שורה, אז נלך רק במאונך ואם הם נמצאים באותה עמודה אז נלך רק במאוזן). נשים לב שמספר המשבצות בין 1 ל-64 הוא לכל היותר 13. לכן אילו בין כל שני מספרים שכנים ההפרש היה 4 או פחות, היינו מקבלים שבמשבצת הסמוכה ל-1 המספר הוא לכל היותר 5, במשבצת הבאה המספר הוא לכל היותר 9 וכו'. לכן במשבצת הנמצאת במרחק 14 מהמשבצת מספר 1, המספר שכתוב הוא לכל היותר 57=1+14*4 שזה קטן מ-64. סתירה.

4. בתרגיל הכפל הבא, כל האותיות והכוכביות מסמנות ספרות מ-0 עד 9. לספרות שונות מתאימות אותיות שונות ולהפך. מצאו איזו ספרה מתאימה לאיזו אות.
<u>הערה:</u> ברישום של מספר, הספרה השמאלית ביותר איננה 0. האותיות מ' ום' (מ' סופית) מתאימות לאותה ספרה.

חם
× חם
***
+ ***
חממה

<u>פתרון:</u> 5776=76*76.

5. על הכביש המחבר בין הוגסמיד להוגוורטס מוצבים עמודים במרחק של ק"מ אחד בין כל שני עמודים עוקבים. מצד אחד של כל עמוד רשום המרחק עד להוגסמיד ומצד שני – המרחק עד להוגוורטס.
מצאו את המרחק בין הוגסמיד להוגוורטס אם נתון שסכום הספרות על כל עמוד (משני הצדדים) הוא בדיוק 12.

<u>פתרון:</u> 39 ק"מ.
נשים לב שאילו המרחק היה גדול מ-100, אז היה עמוד שבו מאחד הצדדים כתוב 99 ולכן כסום הספרות היה לפחות 18.
כמו כן ברור שהמרחק גדול מ-10, כי אחרת בכל עמוד סכום הספרות קטן מ-12.

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

עד כאן הראנו שהמספר הוא דו-ספרתי. לכן אפשר לרשום אותו כ $10a+b$ כאשר a,b הן ספרות בין 0 ל-9. אזי במרחק של b ק"מ מהוגסמיד, מצד אחד של העמוד רשום b ומהצד השני רשום $10a$.
לכן סכום הספרות $a+b$ הוא 12.

נניח בשלילה שספרת האחדות b שונה מ-9. ונתמקד בעמוד שנמצא במרחק 9 ק"מ מהוגסמיד.
מצד אחד של העמוד רשום 9 ובצד השני של העמוד רשום המספר $10a+b-9$. נשים לב כי

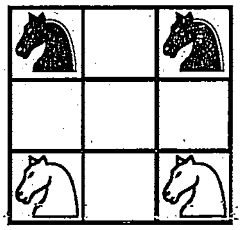
$$10a+b-9 = 10(a-1)+b+1$$

כיוון ש-b שונה מ-9, אנו מסיקים כי ספרת העשרות היא $(a-1)$ וספרת האחדות היא $(b+1)$.
לכן סכום הספרות בשני צידי העמוד הוא:

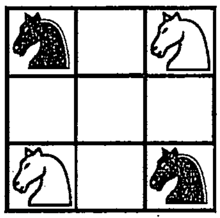
$$(a-1)+(b+1)+9=a+b+9=21$$

אבל זאת סתירה, כיוון שהנחנו שסכום הספרות על כל עמוד הוא בדיוק 12.

6. ארבע פרשים עומדים בפינות של לוח 3x3.



(א) האם ניתן להחליף בין הלבנים לשחורים?
(ב) האם ניתן להגיע לסידור הבא?



(תזכורת: התנועה של פרש היא בצורת האות "ו" – 2 משבצות בכיוון אחד ואז משבצת אחת במאונך.)

<u>פתרון:</u> נמספר את 8 המשבצות של הלוח (לא כולל המשבצת המרכזית) באופן הבא:

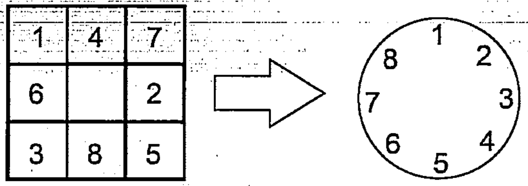
Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :רחובות 76100; טלפון: 9343943, 9343821, 08-9346430; פקס
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

מכון ויצמן למדע
WEIZMANN INSTITUTE OF SCIENCE

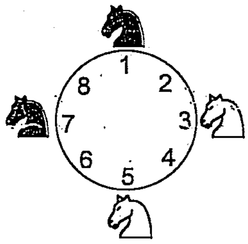
מכון דוידסון לחינוך מדעי
DAVIDSON INSTITUTE OF SCIENCE EDUCATION

1	4	7
6		2
3	8	5

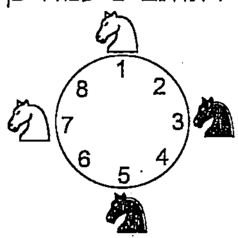
נשים לב כי פרש העומד במשבצת מספר X יכול לקפוץ לאחת מבין המשבצות X+1 או X-1 (אם X=8 אז הפרש יכול לזוז או ל-7 או ל-1, ואם X=1 אז הוא יכול לזוז או ל-2 או ל-8). ניתן לראות את הפרשים כעומדים סביב המעגל עם 8 מקומות ויכולים לזוז בכל מהלך צעד אחד ימינה או שמאלה למשבצת פנויה (אסור לקפוץ מעל כלי אחר).



לכן במצב ההתחלתי הפרשים עומדים כך:
השחורים עומדים על משבצות 1 ו-7 והלבנים על משבצות 3 ו-5.



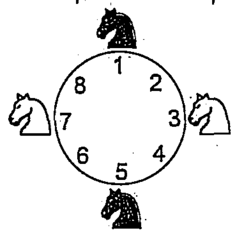
(א) אנו נדרשים להזיז אותם שיעמדו כך:



בברור ניתן להזיז אותם (למשל נגד כיוון השעון) כך שהם יתחלפו במקומות.
דוגמא לרצף המהלכים המביאים למצב הדרוש:
שחור 1->8. לבן 3->2->1 . לבן 5->4->3->2.
שחור 7->6->5->4->3. שחור 8->7->6->5
לבן 1->8->7. לבן 2->1.

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young

(ב) בסידור המבוקש הלבנים עומדים במשבצות 3 ו-7 והשחורים במשבצות 1 ו-5. ז"א הפרשים עומדים שחור-לבן-שחור-לבן לסירוגים.

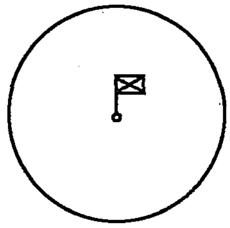


כיוון שאסור לקפוץ מעל כלי, לא ניתן להגיע לסידור זה.

7. למסיבה הגיעו 100 אנשים. ידוע שכל אחד מכיר לפחות 50 מוזמנים אחרים. האם בהכרח ניתן למצוא ארבעה מוזמנים ולהושיב אותם סביב שולחן עגול כך שכל שני שכנים מכירים זה את זה?

<u>פתרון:</u> כן. ניתן למצוא ארבעה מוזמנים כדרוש באופן הבא:
אם כולם מכירים את כולם אזי כל ארבעה מוזמנים יתאימו.
אחרת ניקח שני אנשים שלא מכירים זה את זה, נקרא להם A ו-B. מבין 98 האנשים הנותרים A מכיר לפחות 50 וגם B מכיר לפחות 50. לכן בהכרח ישנם שניים מבין 98 שמכירים גם את A וגם את B.

8. נתון שולחן עגול בעל רדיוס של 30 ס"מ ודגל העומד במרכז השולחן.



שני ילדים, כל אחד בתורו, מניחים מטבעות בעלי רדיוס של 1 ס"מ על השולחן כך שהמטבע מונח על השולחן במלואו (אסור להניח מטבע על מטבע אחר שהונח קודם לכן וגם לא במרכז השולחן). השחקן שלא נשאר לו מקום להניח את המטבע מפסיד את המשחק. איזה מהשחקנים יכול להבטיח לעצמו ניצחון ואיך?

<u>פתרון:</u> לשחקן השני אסטרטגיה מנצחת הבאה:
לכל מטבע שהשחקן הראשון מניח על השולחן, השחקן השני מניח מטבע באופן סימטרי בצד הנגדי של השולחן. כך מובטח לו שתמיד יהיה לו מקום פנוי.

Rehovot 76100, ISRAEL; Phone: +972 8 9343943, 9343821, 9346430 • 08-9344130 :פקס ;08-9346430 ,9343821 ,9343943 :רחובות 76100; טלפון
Fax:+972 8 9344130
www.weizmann.ac.il/young/englishwww.weizmann.ac.il/young